HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI MINH HỌA THPT QUỐC GIA NĂM 2019

BÀI THI: TOÁN

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	11. C	21. A	31. A	41. A
2. D	12. A	22. B	32. C	42. B
3. A	13. B	23. C	33. D	43. D
4. D	14. D	24. D	34. A	44. A
5. B	15. B	25. A	35. C	45. C
6. C	16. D	26. C	36. C	46. A
7. A	17. A	27. A	37. D	47. D
8. B	18. D	28. D	38. B	48. C
9. C	19. B	29. A	39. C	49. C
10. B	20. B	30. D	40. A	50. B

Câu 1: Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng:

A. $8a^3$ **B.** $2a^3$ **C.** a^3 **D.** $6a^3$

Phương pháp

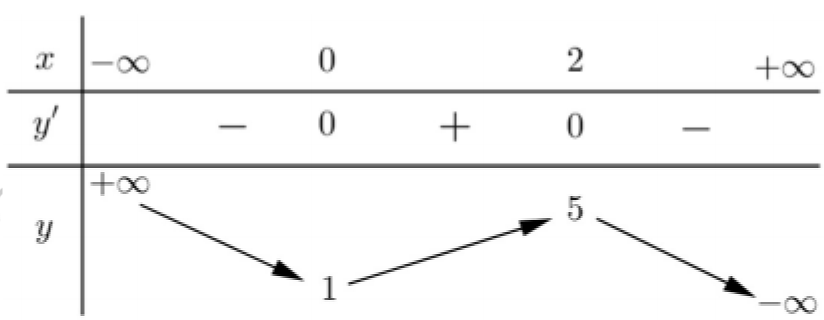
Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$

Cách giải

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$

CHỌN A

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 5

Phương pháp

Sử dụng kĩ thuật đọc bảng biến thiên tìm điểm cực đại và giá trị cực đại của hàm số.

Cách giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$ và giá trị cực đại của hàm số $y_{CĐ}=5$.

CHỌN D

Câu 3: Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(1;2;3)$ **B.** $(-1;-2;3)$ **C.** $(3;5;1)$ **D.** $(3;4;1)$

Phương pháp

Cho hai điểm $A(x_1;y_1;z_1), B(x_2;y_2;z_2)$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)$

Cách giải:

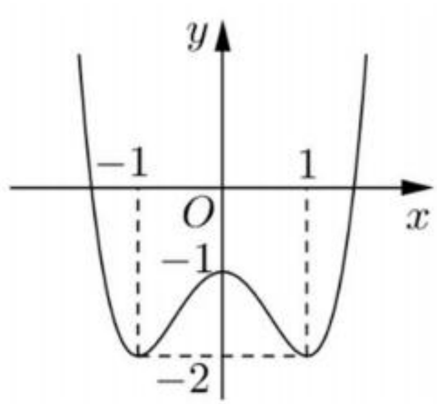
Vì $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$ nên $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$.

CHỌN A

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$ **B.** $(-\infty;-1)$

C. $(-1;1)$ **D.** $(-1;0)$



Phương pháp

Sử dụng kĩ năng đọc đồ thị hàm số. Các khoảng đồ thị hàm số đi lên là các khoảng đồng biến của hàm số.

Cách giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy trong khoảng $(-1;0)$ thì đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trong khoảng $(-1;0)$.

CHỌN D

Câu 5: Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

A. $2\log a+\log b$ **B.** $\log a+2\log b$ **C.** $2(\log a+\log b)$ **D.** $\log a+\frac{1}{2}\log b$

Phương pháp

Sử dụng các công thức biến đổi logarit: $\log(xy)=\log x+\log y$; $\log x^n=n\log x$ với $x;y$ là các số thực dương.

Cách giải

Ta có: $\log(ab^2)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$

CHỌN B

Câu 6: Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)dx=5$, khi đó $\int\limits_0^1[f(x)-2g(x)]dx$ bằng

A. -3 **B.** 12 **C.** -8 **D.** 1

Phương pháp

Sử dụng tính chất tích phân $\int\limits_a^b[\alpha f(x)\pm\beta g(x)]dx=\alpha\int\limits_a^b f(x)dx\pm\beta\int\limits_a^b g(x)dx$

Cách giải

Ta có: $\int\limits_0^1[f(x)-2g(x)]dx=\int\limits_0^1 f(x)dx-2\int\limits_0^1 g(x)dx=2-2.5=-8$

CHỌN C

Câu 7: Thể tích của khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $4\pi a^3$ **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **D.** $2\pi a^3$

Phương pháp

Thể tích khối cầu bán kính R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

Cách giải

Thể tích khối cầu bán kính $R=a$ là $V=\frac{4}{3}\pi a^3$

CHỌN A

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-x+2)=1$ là

A. $\{0\}$ **B.** $\{0;1\}$ **C.** $\{-1;0\}$ **D.** $\{1\}$

Phương pháp

- Tìm ĐKXĐ.

- Biến đổi $\log_a f(x) = n \Leftrightarrow f(x) = a^n$

Cách giải

Điều kiện: $x^2 - x + 2 > 0$ (luôn đúng với $\forall x$)

Khi đó phương trình tương đương $x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0;1\}$.

CHỌN B

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$ **B.** $x + y + z = 0$ **C.** $y = 0$ **D.** $x = 0$

Phương pháp

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$

Cách giải

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$

CHỌN C

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là:

A. $e^x + x^2 + C$ **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ **C.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ **D.** $e^x + 1 + C$

Phương pháp

Sử dụng bảng nguyên hàm các hàm số cơ bản.

Cách giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + x)dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

CHỌN B

Câu 11 : Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$ **B.** $M(-1;-2;-3)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $N(-2;1;-2)$

Phương pháp :

Thay lần lượt tọa độ các điểm $Q;M;P;N$ vào phương trình đường thẳng d.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm $P(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ ta được

$\frac{1-1}{2}=\frac{2-2}{-1}=\frac{3-3}{2}=0$ nên $P\in d$.

CHỌN C.

Câu 12 : Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ **B.** $C_n^k=\frac{n!}{k!}$ **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$ **D.** $C_n^k=\frac{k!(n-k)!}{n!}$

Phương pháp:

Dựa vào công thức tổ hợp: $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Cách giải:

Ta có $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

CHỌN A.

Câu 13 : Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22 **B.** 17 **C.** 12 **D.** 250

Phương pháp:

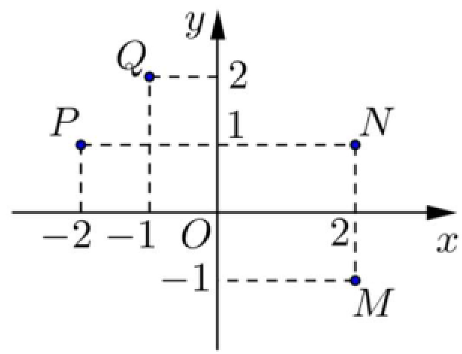
Sử dụng công thức $u_n=u_1+(n-1)d$

Cách giải:

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$

CHỌN B.

Câu 14 : Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?



A. N **B.** P

C. M **D.** Q

Phương pháp:

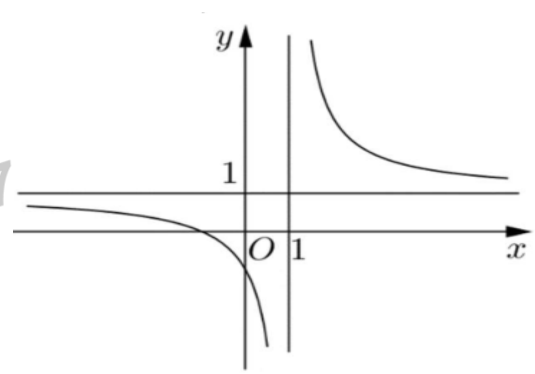
Điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$ trên hệ trục tọa độ là $M\left(a;b\right)$

Cách giải:

Điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ là $Q\left(-1;2\right)$

CHỌN D.

Câu 15 : Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$

C. $y=x^4+x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x-1$

Phương pháp:

+ Từ hình dáng đồ thị hàm số ta xác định được đây là đồ thị của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

+ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nhận đường thẳng $y=\dfrac{a}{c}$ làm tiệm cận ngang và $x=\dfrac{-d}{c}$ làm tiệm cận đứng.

Từ đồ thị hàm số cho trước ta xác định TCN và TCĐ để chọn được đáp án đúng.

Cách giải:

Từ đồ thị hàm số ta xác định được đây là đồ thị của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại C và D.

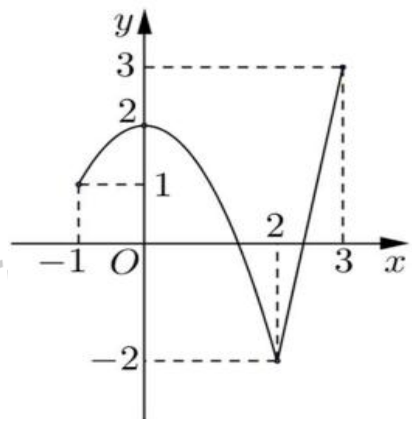
Nhận thấy đồ thị hàm số trên hình nhận $y=1$ làm TCN và $x=1$ làm TCĐ

+ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ nhận $y=2$ làm TCN và $x=1$ làm TCĐ nên loại A.

+ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nhận $y=1$ làm TCN và $x=1$ làm TCĐ nên chọn B.

CHỌN B.

Câu 16 : Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 0 **B.** 1

C. 4 **D.** 5

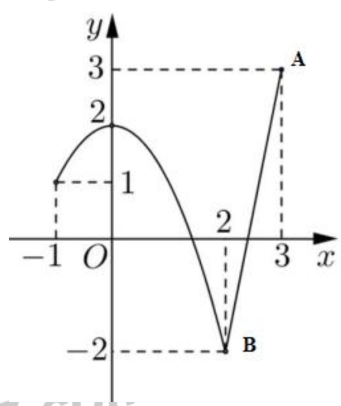
Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số ta xác định được điểm cao nhất và điểm thấp nhất của đồ thị trên đoạn $\left[-1;3\right]$

Tung độ điểm cao nhất là giá trị lớn nhất của hàm số, tung độ điểm thấp nhất là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;3\right]$.

Từ đó ta tìm được $M;m\Rightarrow M-m.$

Cách giải:



Từ đồ thị hàm số ta thấy trên đoạn $\left[-1;3\right]$ thì điểm cao nhất của đồ thị là điểm $A\left(3;3\right)$ và điểm thấp nhất của đồ thị là $B\left(2;-2\right)$ nên GTLN của hàm số là $M=3$ và GTNN của hàm số là $m=-2.$

Từ đó $M-m=3-\left(-2\right)=5.$

CHỌN D.

Câu 17: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)\left(x+2\right)^3;\forall x\in\mathbb{R}.$ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 1

Phương pháp:

Giải phương trình $f'(x)=0$ rồi lập bảng biến thiên để xác định các điểm cực trị

Hoặc ta xét trong các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ thì qua nghiệm bậc lẻ $f'(x)$ sẽ đổi dấu, qua nghiệm bội bậc chẵn thì $f'(x)$ không đổi dấu. Hay các nghiệm bội lẻ là các điểm cực trị của hàm số đã cho.

Cách giải:

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$ và các nghiệm này đều là nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

CHỌN A.

Câu 18: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a=0;b=2$ **B.** $a=\frac{1}{2};b=1$ **C.** $a=0;b=1$ **D.** $a=1;b=2$

Phương pháp:

Ta sử dụng hai số phức bằng nhau. Cho hai số phức $z_1=a_1+b_1.i;z_2=a_2+b_2.i$, khi đó $z_1=z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=a_2 \\ b_1=b_2 \end{cases}$

Cách giải:

Ta có $2a+(b+i)i=1+2i \Leftrightarrow 2a+bi+i^2=1+2i \Leftrightarrow 2a+b \Leftrightarrow 2a-1+bi=1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

CHỌN D.

Câu 19 : Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A=(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(x+1)^2=29$ **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(x-1)^2=5$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(x-1)^2=25$ **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(x+1)^2=5$

Phương pháp:

Tính bán kính $R=IA=\sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2+(y_A-y_I)^2}$

Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có bán kính R có dạng

$$\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$$

Cách giải:

Ta có bán kính mặt cầu $R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$ là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$

CHỌN B.

Câu 20 : Đặt $\log_3 2=a$, khi đó $\log_{16}27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$ **B.** $\frac{3}{4a}$ **C.** $\frac{4}{3a}$ **D.** $\frac{4a}{3}$

Phương pháp:

Dùng các công thức loga để biến đổi $\log_{16}27$ theo $\log_2 3$

$$\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b;\log_a b=\frac{1}{\log_b a}\left(0<a;b\neq 1\right)$$

Hoặc sử dụng máy tính bằng cách thử đáp án.

Cách giải:

Ta có $\log_{16}27=\log_{2^4}\left(3^3\right)=\frac{3}{4}\log_2 3=\frac{3}{4}.\frac{1}{\log_3 2}=\frac{3}{4a}$

CHỌN B.

Chú ý khi giải:

Ta có thể sử dụng MTCT bằng cách thử đáp án

Bước 1: Lưu $\log_3 2$ vào A

Bước 2: Bấm máy thử đáp án $\log_{16}27-$các đáp án. Trường hợp nào có kết quả bằng 0 thì ta chọn.

Câu 21: Kí hiệu z_1,z_2 là hai số phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng:

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 3 **D.** 10

Phương pháp:

+) Giải phương trình đã cho để tìm các nghiệm phức z_1, z_2 bằng máy tính.

+) Áp dụng công thức tính modun của số phức: $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Cách giải:

Ta có:

$$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{11}}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |z_1| = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = \sqrt{5} \\ |z_2| = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = \sqrt{5} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$

CHỌN A

Câu 22: Trong không gian *Oxyz,* khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng:

A. $\dfrac{8}{3}$ **B.** $\dfrac{7}{3}$ **C.** 3 **D.** $\dfrac{4}{3}$

Phương pháp:

+) Xác định được vị trí tương đối của hai mặt phẳng *(P)* và *(Q).*

+) Hai mặt phẳng *(P)* và *(Q)* song song với nhau thì: $d\left((P),(Q)\right) = d\left(M,(Q)\right)$ với M là một điểm thuộc (P).

+) Sử dụng công thức tính khoảng cách từ điểm $M\left(x_0; y_0; z_0\right)$ đến mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ là:

$$d\left(M;(P)\right) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{n_P} = (1; 2; 2)$, $\overrightarrow{n_Q} = (1; 2; 2)$

$$\Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'} \Rightarrow (P)//(Q)$$

$d\left((P),(Q)\right) = d\left(M,(Q)\right)$ với M là một điểm thuộc (P).

Chọn $M(10;0;0)$ là một điểm thuộc (P).

Khi đó ta có: $d((P),(Q)) = d(M,(Q)) = \dfrac{|10+2.0+2.0-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \dfrac{7}{3}$.

CHỌN B

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là:

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(-1;3)$ **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

Phương pháp:

+) Giải bất phương trình: $a^{f(x)} > a^m \Leftrightarrow f(x) > m$ khi $a>1, m\in R$ và $a^{f(x)} > a^m \Leftrightarrow f(x) < m$ khi $0<a<1, m\in R.$

Cách giải:

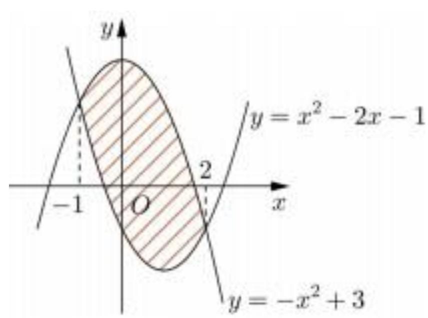
Giải bất phương trình ta được:

$$\begin{aligned}
&3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3\\
&\Leftrightarrow x^2-2x<3 \Leftrightarrow x^2-2x-3<0\\
&\Leftrightarrow (x+1)(x-3)<0\\
&\Leftrightarrow -1<x<3.
\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-1;3)$.

CHỌN C

Câu 24: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\int\limits_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\,dx$ **B.** $\int\limits_{-1}^{2}(-2x+2)\,dx$

C. $\int\limits_{-1}^{2}(2x-2)\,dx$ **D.** $\int\limits_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx$

Phương pháp:

+) Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $x=a, x=b, (a<b)$ $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là: $S=\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,dx.$

Cách giải:

Dựa vào hình vẽ (ta thấy $f(x)$ nằm trên $g(x)\ \forall x\in[-1;2]\Rightarrow f(x)\ge g(x)\ \forall x\in[-1;2]$) và công thức tính diện tích hình phẳng ta được công thức tính diện tích phân phần gạch chéo là:

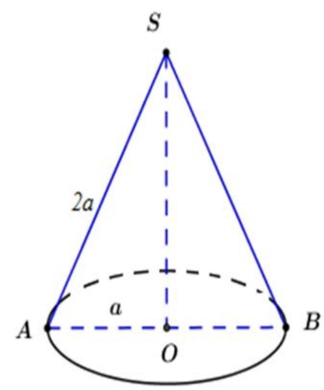
$$S=\int_{-1}^{2}\left(-x^2+3-x^2+2x+1\right)dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx.$$

CHỌN D

Câu 25: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$ **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$

Phương pháp:



+) Sử dụng công thức: $h=\sqrt{l^2-R^2}$.

+) Thể tích hình nón có bán kính R và đường cao h là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h.$

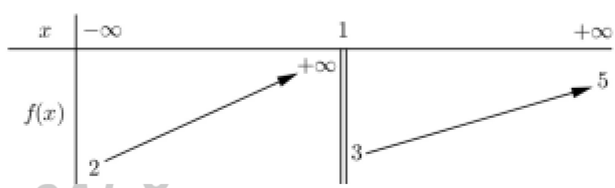
Cách giải:

Xét ΔSAO vuông tại O có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}.$

Khi đó ta có: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.a^2.a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$

CHỌN A

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Phương pháp:

+) Dựa vào bảng biến thiên để xác định các tiệm cận của đồ thị hàm số.

+) Đường thẳng $x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ khi $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\pm\infty.$

+) Đường thẳng $y=b$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ khi $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(x\right)=b.$

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

+) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là: $x=1.$

+) Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là: $y=2, y=5.$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

CHỌN C

Câu 27: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\frac{8a^3}{3}$ **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

Phương pháp:

Sử dụng công thức giải nhanh tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh bằng a là: $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

Cách giải:

Với bài toán, khối chóp tứ giác có cạnh bằng $2a$ nên $V=\frac{(2a)^3\sqrt{2}}{6}=\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}.$

CHỌN A

Câu 28: Hàm số $f\left(x\right)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm:

A. $f'\left(x\right)=\frac{\ln 2}{x^2-2x}$ **B.** $f'\left(x\right)=\frac{1}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$ **C.** $f'\left(x\right)=\frac{\left(2x-2\right)\ln 2}{x^2-2x}$ **D.** $f'\left(x\right)=\frac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp: $\left(\log_a u\right)'=\frac{u'}{u\ln a}.$

Cách giải:

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp ta được:

$$f'\left(x\right)=\left[\log_2\left(x^2-2x\right)\right]'=\frac{\left(x^2-2x\right)'}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}=\frac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}.$$

CHỌN D

Câu 29: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là:

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Phương pháp:

+) Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=m.$

+) Dựa vào BBT để xác định số giao điểm của các đồ thị hàm số.

Cách giải:

Ta có: $Pt \Leftrightarrow 2f\left(x\right)=-3 \Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}.\ (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}.$

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt.

$\Rightarrow Pt\ (*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

CHỌN A

Câu 30: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Góc giữa hai mặt phẳng (A’B’CD) và (ABC’D’) bằng:

A. 30^0 **B.** 60^0 **C.** 45^0 **D.** 90^0

Phương pháp:

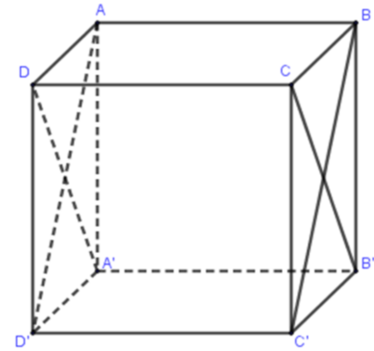
+) Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến chung của hai mặt phẳng.

Cách giải:

Cách 1: Có thể giải theo phương pháp gắn hệ trục tọa độ.

Cách 2: Tìm hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng.

Ta có: $\begin{cases} AD' \perp A'D \\ AD' \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow AD' \perp (A'B'CD)$



Lại có: $\begin{cases} A'D \perp A'D' \\ A'D \perp C'D' \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (ABC'D')$

Do đó góc giữa hai mp $(ABC'D')$ và $(A'B'CD)$ bằng góc AD' và $A'D$

Mà $A'D \perp AD'$

Vậy góc cần tìm bằng 90^0

CHỌN D.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7-3^x) = 2-x$ bằng:

A. 2 **B.** 1 **C.** 7 **D.** 3

Phương pháp:

Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Giải phương trình đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn t.

Sử dụng hệ thức Vi-et để biến đổi tổng 2 nghiệm của phương trình ban đầu.

Cách giải:

$\log_3(7-3^x) = 2-x$

Điều kiện: $7-3^x > 0$

$pt \Leftrightarrow 7-3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7-3^x = \dfrac{9}{3^x} \Leftrightarrow 7.3^x - (3^x)^2 = 9 \Leftrightarrow 3^{2x} - 7.3^x + 9 = 0 \ (*)$

Đặt $t = 3^x \ (t > 0) \Rightarrow x = \log_3 t$. Thay vào phương trình (*) ta có:

$\Leftrightarrow t^2 - 7t + 9 = 0 \ (**)$

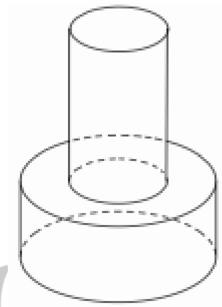
Nhận thấy (**) có: $\Delta = 13 > 0,\ S = 7 > 0,\ P = 9 > 0 \Rightarrow$ phương trình (**) có 2 nghiệm dương phân biệt giả sử là: $t_1; t_2$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (**) ta được: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 7 \\ t_1 t_2 = 9 \end{cases}$

Khi đó ta có: $x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3(t_1 t_2) = \log_3 9 = 2$

CHỌN A.

Câu 32: Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1), (H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30cm^3$. Tính thể tích khối trụ (H_1) bằng:



A. $24cm^3$ **B.** $15cm^3$ **C.** $20cm^3$ **D.** $10cm^3$

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h$ trong đó r là bán kính của khối trụ; h là chiều cao của khối trụ.

Sử dụng đề bài để tính thể tích toàn bộ khối đồ chơi từ đó tìm được thể tích của khối trụ (H_1).

Cách giải:

Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là:

$$V = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1 + \pi \frac{1}{4} r_1^2 .2h_1 = \frac{3}{2}\pi r_1^2 h_1 = 30$$

$$\Rightarrow \pi r_1^2 h_1 = 20$$

Vậy thể tích khối trụ (H_1) là 20 cm^3.

CHỌN C.

Câu 33: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1+\ln x)$ là:

A. $2x^2\ln x + 3x^2$ **B.** $2x^2\ln x + x^2$ **C.** $2x^2\ln x + 3x^2 + C$ **D.** $2x^2\ln x + x^2 + C$

Phương pháp:

Cách 1: Sử dụng công thức tính nguyên hàm của 1 tổng.

Cách 2: Đạo hàm từng đáp án của đề bài, kết quả nào ra đúng f(x) thì đó là đáp án đúng.

Cách giải:

Thử từng đáp án ta có :

Thử đáp án A : $(2x^2\ln x + 3x^2)' = 4x\ln x + 2x^2.\frac{1}{x} + 6x = 4x\ln x + 8x$. Nên loại A.

Thử đáp án B: $\left(2x^2\ln x+x^2\right)'=4x\ln x+2x^2\dfrac{1}{x}+2x=4x\ln x+2x+2x=4x\left(1+\ln x\right)$

$\Rightarrow 2x^2\ln x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x\left(1+\ln x\right)$.

$\Rightarrow$ Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x\left(1+\ln x\right)$ là $2x^2\ln x+x^2+C$.

CHỌN D.

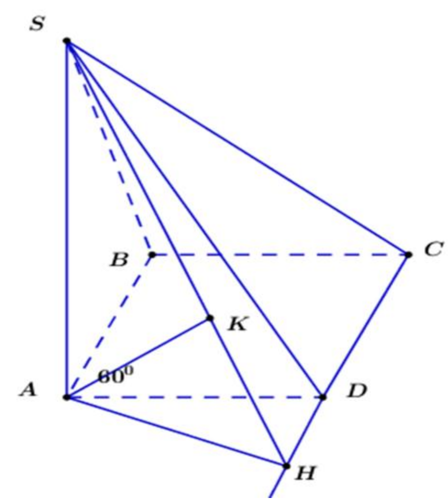
Câu 34: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a, $\angle BAD=60^0$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{15}a}{7}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{15}a}{3}$

Phương pháp:

Nhận xét $AB//\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(B;\left(SCD\right)\right)=d\left(A;\left(SCD\right)\right)=d$

Bài toán quy về tìm khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)



Cách giải:

Ta có : $AB//\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(B;\left(SCD\right)\right)=d\left(A;\left(SCD\right)\right)=d$

Kẻ $AH\perp CD;\ AK\perp SH$

$\begin{cases}CD\perp SA\\CD\perp AH\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SAH\right)\Rightarrow CD\perp AK\Rightarrow AK\perp\left(SCD\right)$

$\Rightarrow d\left(B;\left(SCD\right)\right)=d=AK.$

Xét ΔAHD vuông tại H, $\angle ADH=60^0$ ta có : $AH=AD.\sin 60^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔSAH vuông tại A có đường cao AK ta có :

$$AK=\frac{SA.AH}{\sqrt{SA^2+AH^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\frac{3a^2}{4}}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}=d$$

CHỌN A.

Câu 35 : Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Hình chiếu vuông góc của *d* trên *(P)* có phương tình là:

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$ **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$

Phương pháp :

Bước 1 : Xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, nhận thấy (d) cắt (P) tại H.

Bước 2 : Lấy 1 điểm A bất kỳ thuộc d ; tìm hình chiếu vuông góc của A trên (P) giả sử là K.

Bước 3 : Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm H và K chính là đường thẳng cần tìm.

Cách giải :

Xét vị trí tương đối của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) với : $vtcp\,\overrightarrow{u_d}(1;2;-1);\ vtpt\,\overrightarrow{n_P}(1;1;1)$ ta có :

$\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=1.1+2.1+(-1).1=2\neq 0$. Nên (d) cắt (P)

Gọi $H=d\cap(P)\Rightarrow H(t;2t-1;-t+2)\in(P)\Rightarrow t+2t-1-t+2-3=0\Leftrightarrow 2t-2=0\Rightarrow t=1$

$\Rightarrow H(1;1;1)$

Lấy $A(2;3;0)\in d$. Pt đường thẳng đi qua A vuông góc với (P) $\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=t\end{cases}$

Gọi K là hình chiếu của A lên (P) $\Rightarrow K(2+t;3+t;t)\in(P)$

$\Rightarrow 2+t+3+t+t-3=0\Leftrightarrow 3t+2=0\Leftrightarrow t=-\frac{2}{3}\Rightarrow K\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{-2}{3}\right)$

$\overrightarrow{HK}=\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3};\frac{-5}{3}\right)//(1;4;-5)$ đi qua $H(1;1;1)$

CHỌN C.

Câu 36 : Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty-1)$ là:

A. $(-\infty;0]$ **B.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$ **D.** $[0;+\infty)$

Phương pháp :

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên D khi và chỉ khi $f'(x)\le 0,\forall x\in D$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải :

Ta có : $f'(x) = -3x^2 - 12x + (4m-9)$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;-1) \Leftrightarrow f'(x) \le 0 \ \forall x \in (-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 12x + (4m-9) \le 0 \ \ \forall x \in (-\infty;-1)$
$\Leftrightarrow 4m \le 3x^2 + 12x + 9 = g(x) \ \ \forall x \in (-\infty;-1)$
$\Rightarrow 4m \le \min\limits_{(-\infty;-1)} g(x)$

Xét hàm số : $g(x) = 3x^2 + 12x + 9$ ta có : $g'(x) = 6x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

$\Rightarrow \min\limits_{(-\infty;-1)} g(x) = g(-2) = -3$

$\Rightarrow 4m \le -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{4}$

CHỌN C.

Câu 37 : Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là:

A. $(1;-1)$ **B.** $(1;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-1;-1)$

Phương pháp :

Số phức $z = a + bi,\ (a, b \in R)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi phần thực = 0 (tức a = 0)

Cách giải :

Đặt $z = a + bi \ \ (a, b \in R)$

$\Rightarrow (z+2i)(\overline{z}+2) = [a + (b+2)i](a + 2 - bi)$
$= a(a+2) + b(b+2) + [(a+2)(b+2) - ab]i$

Số $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow$ Phần thực $= 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2$

Vậy đường tròn tâm biểu diễn số phức đã cho có tâm là $I(-1;-1)$

CHỌN D.

Câu 38 : Cho $\int\limits_0^2 \dfrac{x}{(x+2)^2}dx = a + b\ln 2 + c\ln 3$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng :

A. -2 **B.** -1 **C.** 2 **D.** 1

Phương pháp :

Sử dụng công thức tính tích phân để tìm ra kết quả như đầu bài từ đó tìm được a, b, c.

Cách giải :

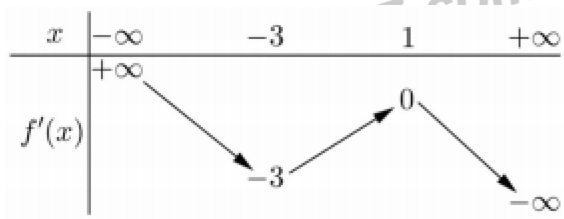
$$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = \int_0^1 \frac{x+2}{(x+2)^2}dx - \int_0^1 \frac{2}{(x+2)^2}dx = \left(\ln|x+2| + \frac{2}{x+2}\right)\Bigg|_0^1$$

$$= \ln 3 + \frac{2}{3} - \ln 2 - 1 = \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow 3a + b + c = 3.\left(-\frac{1}{3}\right) - 1 + 1 = -1.$$

CHỌN B.

Câu 39 : Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi:

A. $m \ge f(1) - e$ **B.** $m > f(-1) - \frac{1}{e}$ **C.** $m \ge f(-1) - \frac{1}{e}$ **D.** $m > f(1) - e$

Phương pháp :

Cô lập m, đưa bất phương trình về dạng $g(x) < m\ \forall x \in (a;b) \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{[a;b]} g(x)$.

Cách giải :

Theo đề bài ta có : $f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m$

Đặt $g(x) = f(x) - e^x$. Khi đó :

$f\left(x\right) < e^x + m\ \forall x \in \left(-1;1\right)$

$\Rightarrow g\left(x\right) = f\left(x\right) - e^x < m\ \forall x \in \left(-1;1\right)$

$\Leftrightarrow m \ge \max\limits_{[-1;1]} g\left(x\right)$

$g'\left(x\right) = f'\left(x\right) - e^x$

Trên $\left(-1;1\right)$ ta có $f'\left(x\right) < 0;\ e^x > 0\ \forall x \in R \Rightarrow g'\left(x\right) < 0\ \forall x \in \left(-1;1\right)$

$\Rightarrow g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-1;1\right)$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} g\left(x\right) = g\left(-1\right) = f\left(-1\right) - e^{-1} = f\left(-1\right) - \frac{1}{e}$

$\Rightarrow m \ge f\left(-1\right) - \frac{1}{e}.$

CHỌN C.

Câu 40: Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng:

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{1}{20}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{1}{10}$

Phương pháp :

+) Tính số phần tử của không gian mẫu.

+) Tính số phần tử của biến cố.

Chọn chỗ cho từng học sinh nam, sau đó chọn chỗ cho học sinh nữ, sử dụng quy tắc nhân.

+) Tính xác suất của biến cố.

Cách giải :

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right) = 6!$.

Gọi biến cố A : "Các bạn học sinh nam ngồi đối diện các bạn nữ".

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ nhất có 6 cách.

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 2 có 4 cách (không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất)

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 3 có 2 cách (không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai).

Xếp chỗ cho 3 học sinh nữ : 3! cách.

$\Rightarrow n_A = 6.4.2.3! = 288$ cách.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{288}{6!} = \dfrac{2}{5}$.

CHỌN A.

Câu 41: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;-2;4)$; $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét điểm *M* là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng:

A. 135 **B.** 105 **C.** 108 **D.** 145

Phương pháp :

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn đẳng thức : $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, tìm tọa độ điểm I.

Sử dụng công thức cộng phân tích biểu thức đã cho bằng cách chèn điểm I.

+) Đánh giá, tìm GTNN của biểu thức.

Cách giải :

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn đẳng thức : $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$$\Rightarrow 2(2-a;-2-b;4-c) + 3(-3-a;3-b;-1-c) = \vec{0}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 4-2a-9-3a=0 \\ -4-2b+9-3b=0 \\ 8-2c-3-3c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a-5=0 \\ -5b+5=0 \\ -5c+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1)$$

Ta có :

$$\begin{aligned} &2MA^2 + 3MB^2 = 2\overrightarrow{MA}^2 + 3\overrightarrow{MB}^2 \\ &= 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + 3\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 \\ &= 5MI^2 + \left(2IA^2 + 3IB^2\right) + \overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB}\right) \\ &= 5MI^2 + \left(2IA^2 + 3IB^2\right) \end{aligned}$$

Do I, A, B cố định nên $2IA^2 + 3IB^2 = const$.

$\Rightarrow \left(2MA^2 + 3MB^2\right)_{\min} \Leftrightarrow 5MI^2{}_{\min} \Leftrightarrow$ M là hình chiếu của I trên (P)

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua I vuông góc với (P) , ta có phương trình của $(\Delta): \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 1+2t \end{cases}$.

M là hình chiếu của I lên (P) $\Rightarrow M \in (\Delta) \Rightarrow M(-1+2t;1-t;1+2t)$.

Lại có $M \in (P)$

$$\Rightarrow 2(-1+2t)-(1-t)+2(1+2t)-8=0$$
$$\Leftrightarrow -2+4t-1+t+2+4t-8=0$$
$$\Leftrightarrow 9t-9=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;0;3)$$

Khi đó ta có

$$MI^2=4+1+4=9;\quad IA^2=9+9+9=27;\quad IB^2=4+4+4=13$$
$$\Rightarrow \left(2MA^2+3MB^2\right)_{\min}=5.9+2.27+3.12=135$$

CHỌN A.

Câu 42 : Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\overline{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Phương pháp:

+) Gọi số phức $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

+) Từ mỗi giải thiết đã cho, tìm đường biểu diễn số phức z.

+) Tìm giao điểm của đường biểu diễn số phức z ở giả thiết thứ nhất và thứ 2.

Cách giải :

Gọi số phức $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Từ giả thiết thứ nhất ta có:

$$|z|^2=2|z+\overline{z}|+4 \Leftrightarrow a^2+b^2=2|a+bi+a-bi|+4 \Leftrightarrow a^2+b^2-2.2|a|-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2+b^2-4a-4=0 \\ a^2+b^2+4a-4=0 \end{array}\right.$$

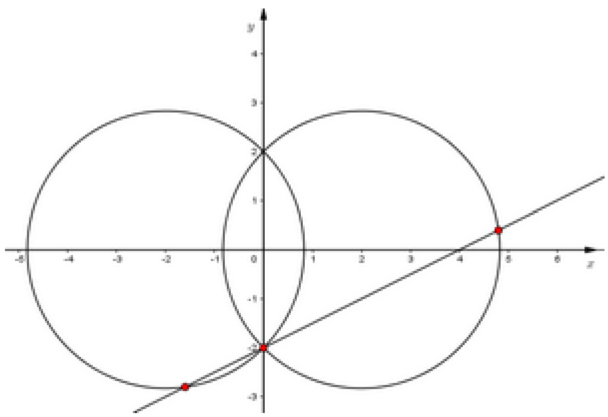
$\Rightarrow$ Tập hợp các số phức z là đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x-4=0$ hoặc $(C_2): x^2+y^2+4x-4=0$.

Từ giả thiết thứ hai ta có:

$$|z-1-i|=|z-3+3i|$$
$$\Leftrightarrow |a-1+bi-i|=|a-3+bi+3i|$$
$$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2=(a-3)^2+(b+3)^2$$
$$\Leftrightarrow -2a+1-2b+1=-6a+9+6b+9$$
$$\Leftrightarrow 4a-8b-16=0$$
$$\Leftrightarrow a-2b-4=0$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các số phức z là đường thẳng $x-2y-4=0\ (d)$.

Vậy số phức thỏa mãn 2 giả thiết trên là số giao điểm của d với (C_1) và (d) với (C_2).

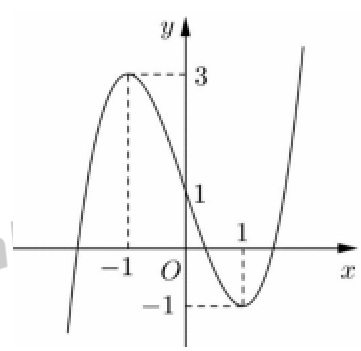


Dựa vào hình vẽ ta thấy có 3 giao điểm của d với (C_1) và (d) với (C_2). Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

CHỌN B.

Chú ý: Sau khi tìm ra các đường biểu diễn số phức z, học sinh có thể làm tiếp theo phương pháp giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$ **B.** $(-1;1)$

C. $(-1;3)$ **D.** $[-1;1)$

Phương pháp:

+) Đặt $t=\sin x$, dựa vào khoảng giá trị của x xác định khoảng giá trị của *t*.

+) Cô lập m, đưa phương trình về dạng $f(t)=m$, khi đó số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và $y=m$.

Cách giải:

Đặt $\sin x = t$. Với $x \in (0;\pi) \Rightarrow t \in (0;1]$.

Khi đó phương trình ban đầu trở thành $f(t) = m$ có nghiệm $t \in (0;1]$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và $y = m$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, để phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $t \in (0;1] \Rightarrow m \in [-1;1)$.

CHỌN D.

Chú ý: Sau khi đặt ẩn phụ $t = \sin x$, nhiều học sinh xác định sai khoảng giá trị của t, nên biểu diễn trên đường tròn lượng giác để thu được kết quả đúng nhất.

Câu 44: Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

A. 2,22 triệu đồng **B.** 3,03 triệu đồng **C.** 2,25 triệu đồng **D.** 2,20 triệu đồng

Phương pháp:

Áp dụng công thức lãi kép cho bài toán trả góp $A = \dfrac{N(1+r)^n.r}{(1+r)^n - 1}$

Trong đó A số tiền phải trả mỗi tháng, N là số tiền nợ, r là lãi suất, n là số tháng.

Cách giải:

Số tiền mỗi tháng phải trả là: $A = \dfrac{100(1+1\%)^{5\times12}.1\%}{(1+r)^{5\times12} - 1} \approx 2,22$ (triệu)

Chọn A.

Câu 45: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là:

A. $\begin{cases} x = 2+9t \\ y = 1+9t \\ z = 3+8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2-5t \\ y = 1+3t \\ z = 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 1+3t \\ z = 3-3t \end{cases}$

Phương pháp:

+) Gọi I là tâm mặt cầu, xác định hình chiếu H của điểm I lên (P).

+) Để đường thẳng (Δ) cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm sao cho chúng có khoảng cách nhỏ nhất thì đường thẳng (Δ) đi qua E và vuông góc với HE.

Cách giải:

Dễ thấy $E\in(P)$. Gọi $I(3;2;5)$ là tâm khối cầu.

Đường thẳng qua I vuông góc với (P): $\begin{cases}x=3+2t\\y=2+2t\ (d)\\z=5-t\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P) $\Rightarrow H\in(d)\Rightarrow H(3+2t;2+2t;5-t)$

Lại có $H\in(P)$

$$\begin{aligned}&\Rightarrow 2(3+2t)+2(2+2t)-5+t-3=0\\&\Leftrightarrow 6+4t+4+4t-5+t-3=0\\&\Leftrightarrow 9t+2=0\Leftrightarrow t=\frac{-2}{9}\Rightarrow H\left(\frac{23}{9};\frac{14}{9};\frac{47}{9}\right)\\&\Rightarrow \overrightarrow{EH}\left(\frac{5}{9};\frac{5}{9};\frac{20}{9}\right)=\frac{5}{9}(1;1;4)//(1;1;4)=\vec{a}\end{aligned}$$

Để đường thẳng (Δ) cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm sao cho chúng có khoảng cách nhỏ nhất thì đường thẳng (Δ) đi qua E và vuông góc với HE.

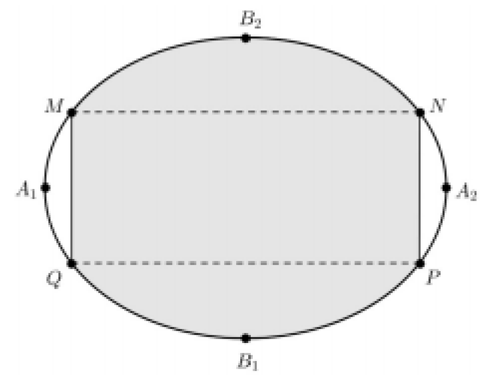
Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\\\overrightarrow{u_\Delta}\perp\vec{a}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\vec{a}\right]=\left(\begin{vmatrix}2&-1\\1&4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&2\\4&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2&2\\1&1\end{vmatrix}\right)=(9;-9;0)=9(1;-1;0)$.

Vậy đường thẳng (Δ) đi qua E và nhận $(1;-1;0)$ là 1 VTCP.

Vậy phương trình đường thẳng (Δ): $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$

CHỌN C.

Câu 46: Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m,\ B_1B_2 = 6m$ và tứ giác MNPQ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?



A. 7.322.000 đồng **B.** 7.213.000 đồng **C.** 5.526.000 đồng **D.** 5.782.000 đồng

Phương pháp:

+) Viết phương trình Elip, tính diện tích Elip.

+) Tính diện tích phần trắng, ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng.

+) Tính diện tích phần xanh sau đó tính chi phí để sơn.

Cách giải:

(E) đã cho có độ dài trục lớn $2a = 8 \Rightarrow a = 4$, độ dài trục bé $2b = 6 \Rightarrow b = 3$.

Ta có diện tích (E) bằng : $S_{(E)} = \pi.4.3 = 12\pi\left(m^2\right)$

Phương trình $(E): \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y^2 = 9.\dfrac{16 - x^2}{16} \Leftrightarrow y = \pm\dfrac{3\sqrt{16 - x^2}}{4}$.

Ta có $M \in (E);\ y_M = \dfrac{1}{2}MQ = \dfrac{3}{2} \Rightarrow x_M = -2\sqrt{3} \Rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \dfrac{3}{2}\right)$

Diện tích phần giới hạn bởi (E), trục Ox, đường thẳng MQ có diện tích:

$S_{AMQ} = 2\displaystyle\int_{-4}^{-2\sqrt{3}} \dfrac{3\sqrt{16 - x^2}}{4}dx \approx 1,087 \Rightarrow$ Diện tích phần trắng là: $S_{trang} = 2S_{AMQ} = 2,174\left(m^2\right)$

Khi đó diện tích phần xanh là $S_{xanh} = S_{(E)} - S_{trang} = 12\pi - 2,174 = 35,525\left(m^2\right)$.

Vậy chi phí để sơn biển quảng cáo là $2,174.100 + 35,525.200 \approx 7322$ (nghìn đồng) ≈ 7322000 đồng.

CHỌN A.

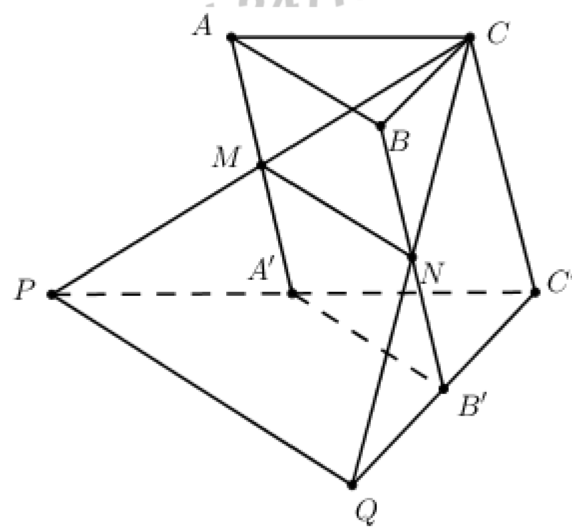
Câu 47: Cho khối lăng trụ ABC.A’B’C’ có thể tích bằng 1. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA′ và BB′. Đường thẳng CM cắt đường thẳng C’A′ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng C’B′ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi A’MPB’NQ bằng:

A. 1 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Phương pháp:

Phân chia khối đa diện: $V_{A'MPB'NQ}=V_{C.C'PQ}-V_{C.ABB'A'}$. Xác định các tỉ số về chiều cao và diện tích đáy để suy ra tỉ số giữa chóp, lăng trụ,…

Cách giải:



Gọi diện tích đáy, chiều cao, thể tích của hình lăng trụ ABC.A'B'C' lần lượt là $S;h;V\Rightarrow V=Sh$.

Ta có: $\Delta A'B'C'\sim\Delta PQC'$ theo tỉ số $\frac{1}{2}\Rightarrow S_{C'PQ}=4S_{A'B'C'}=4S.$

$\Rightarrow V_{C.C'PQ}=\frac{1}{3}.h.4S=\frac{4}{3}V$.

Ta có : $S_{ABNM}=\frac{1}{2}S_{ABB'A'}\Rightarrow V_{C.ABNM}=\frac{1}{2}V_{C.ABB'A'}$

Mà

$V_{C.ABB'A'}=\frac{2}{3}V\Rightarrow V_{C.ABNM}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V=\frac{V}{3}\Rightarrow V_{CC'A'B'NM}=V-\frac{V}{3}=\frac{2}{3}V$

Vậy $V_{A'MPB'NQ}=\frac{4}{3}V-\frac{2}{3}V=\frac{2}{3}V$.

CHỌN D.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f\left(x+2\right)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(1;+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty;-1\right)$ **C.** $\left(-1;0\right)$ **D.** $\left(0;2\right)$

Phương pháp :

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi $f'\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(a;b\right)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Lưu ý công thức tính đạo hàm của hàm hợp. Sau đó thử từng đáp án để chọn kết quả đúng.

Cách giải:

Ta có : $y=3f\left(x+2\right)-x^3+3x\ \Rightarrow y'=3f'\left(x+2\right)-3x^2+3$.

Xét $-1<x<0$ ta có :

$$\begin{cases}1 < x+2 < 2 \Rightarrow f'(x+2) > 0 \\ x^2 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0\end{cases} \Rightarrow 3f'(x+2) - 3x^2 + 3 > 0\ \forall x \in (0;1).$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;0)$.

CHỌN C.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6(x-1)\ge 0$ đúng với mọi $x\in R$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

A. $-\frac{3}{2}$ **B.** 1 **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Phương pháp:

+) Đưa phương trình đã cho về dạng tích, có nhân tử $f(x)=(x-1)g(x)$.

+) Để bất phương trình luôn đúng với mọi x thì ta xét các trường hợp :

TH1: Phương trình $m^2x^3+m^2x^2+\left(m^2+m\right)x+m^2+m-6=0$ nghiệm đúng với mọi x

TH2: Đa thức $m^2x^3+m^2x^2+\left(m^2+m\right)x+m^2+m-6$ có nghiệm $x=1$

+) Thử lại và kết luận.

Cách giải:

$$f(x)=m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6(x-1)\ge 0,\forall x$$
$$\Leftrightarrow m^2\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)+m(x-1)(x+1)-6(x-1)\ge 0,\forall x$$
$$\Leftrightarrow (x-1)\left[m^2x^3+m^2x^2+\left(m^2+m\right)x+m^2+m-6\right]\ge 0,\forall x$$

Để bất phương trình luôn đúng với mọi x thì suy ra:

+ TH1: Phương trình $m^2x^3+m^2x^2+\left(m^2+m\right)x+m^2+m-6=0$ nghiệm đúng với mọi x

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2=0\\ m^2=0\\ m^2+m=0\\ m^2+m-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\ \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-3\end{array}\right.\end{cases}\text{(vô nghiệm)}$$

+ TH2: Đa thức $m^2x^3+m^2x^2+\left(m^2+m\right)x+m^2+m-6$ có nghiệm $x=1$

Khi đó: $m^2+m^2+m^2+m+m^2+m-6=0\Leftrightarrow 4m^2+2m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Thử lại:

+ Với $m=1$ thì $(x-1)\left[x^3+x^2+2x-4\right]\ge 0\Leftrightarrow(x-1)^2\left(x^2+2x+4\right)\ge 0$ (luôn đúng)

+ Với $m=-\dfrac{3}{2}$ thì $(x-1)\left(\dfrac{9}{4}x^3+\dfrac{9}{4}x^2+\dfrac{3}{4}x-\dfrac{21}{4}\right)\ge 0\Leftrightarrow(x-1)\left(3x^3+3x^2+x-7\right)\ge 0$

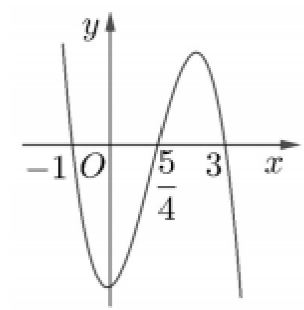
$\Leftrightarrow(x-1)^2\left(3x^2+6x+7\right)\ge 0$ (luôn đúng)

Do đó $m=1;m=-\dfrac{3}{2}$ là các giá trị cần tìm.

Tổng $S=1-\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}$.

CHỌN C.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r\quad(m,n,p,q,r\in R)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là



A. 4 **B.** 3

C. 1 **D.** 2

Phương pháp:

- Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tìm mối quan hệ giữa m,n,p,q.

- Thay vào phương trình đã cho, giải phương trình tìm nghiệm.

Cách giải:

$f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ dễ thấy $m\ne 0$.

Phương trình $f(x)=r\Leftrightarrow mx^4+nx^3+px^2+qx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ mx^3+nx^2+px+q=0\ (*)\end{array}\right.$

Xét $f'(x)=4mx^3+3nx^2+2px+q=0$ có ba nghiệm $x_1=-1; x_2=\frac{5}{4}; x_3=3$.

Theo hệ thức Vi-et : $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{c}{a} \\ x_1x_2x_3=-\frac{d}{a} \end{cases}$ ta có: $\begin{cases} \frac{13}{4}=-\frac{3n}{4m} \\ -\frac{1}{2}=\frac{2p}{4m} \\ -\frac{15}{4}=-\frac{q}{4m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-\frac{13}{3}m \\ p=-m \\ q=15m \end{cases}$

Thay vào $(*)$ được $mx^3-\frac{13}{3}mx^2-mx+15m=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{13}{3}x^2-x+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{5}{3} \\ x=3 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt $x_1=0; x_2=3; x_3=-\frac{5}{3}$

CHỌN B.